Le concret c’est l’abstrait
rendu familier par l’usage
Paul Langevin, 1934

Quel type d’intervention privilégier ?

Lucie DeBlois

Professeure titulaire, Université Laval

Membre du Centre de recherche sur l’intervention et la réussite scolaire (CRIRES)

Projet CRSH 410-2005-0406

But visé

Cette présentation vise à permettre de voir de différentes façons des productions d'élèves, en particulier lorsqu'ils font des erreurs en mathématiques.

Pour ce faire, nous questionnerons d'abord ce que peut signifier faire des mathématiques et comprendre en mathématique. En utilisant les fractions, une notion vue tant au primaire qu'au début du secondaire, nous aurons des exemples qui permettront de développer un cadre de référence pour interpréter les productions des élèves. Il sera ainsi possible de comprendre les conditions qui permettent de varier les interprétations, ce qui contribue à mieux définir des critères pour traiter de la compétence des élèves.

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Que signifie comprendre en mathématique ?
3. Les erreurs des élèves en mathématiques … composantes de l’enseignement.
4. Un cadre de référence pour interpréter les productions de leurs élèves
5. Programme, interventions et compétences
6. Conclusion

1. Introduction

1. **Préoccupé par les résultats**

2. **Préoccupé par la personne de l’élève**

3. **Préoccupé par la procédure**

4. **Préoccupé par la formalisation**

5. **Préoccupé par la compréhension du vocabulaire**

6. **<u>Préoccupé par la conceptualisation</u>**

DeBlois Lucie et Squalli Hassan. (2001). Une modélisation des savoirs d'expérience des orthopédagogues intervenant en mathématiques. *Difficultés d'apprentissage et enseignement: évaluation et intervention.* Sherbrooke: Éditions du CRP. 155-178.

Nos préoccupations

1.Préoccupé par les résultats

L’erreur et l’intervention sont premiers, l’élève est <u>second</u>. L’orthopédagogue est au <u>centre</u> de l’intervention : elle fournit les explications

Difficulté de ce type d ’intervention : L’élève risque de développer une logique pour l’école et une autre pour le quotidien

2. Préoccupé par la personne de l’élève

L’élève est au <u>centre</u> des préoccupations et de l ’intervention. Ses actions et ses réponses amènent l’orthopédagogue à changer l’objet et l’orientation de l’intervention. Les ortho posent des questions et *attendent* que l’élève donne une réponse.

Difficulté de ce type d ’intervention : Le problème auquel on cherche une solution risque de ne pas être stable. Une intervention, en fonction d’un nouveau problème, peut révéler un troisième problème et ainsi de suite.

Nos préoccupations

3. Préoccupé par la procédure

L'orthopédagogue mise sur l'économie de temps par la présentation d 'une procédure à mémoriser

Difficulté de ce type d 'intervention : La procédure proposée risque de ne pouvoir s'adapter aux variables didactiques des autres situations.

4. Préoccupé par la formalisation

L'orthopédagogue questionne la démarche de l 'élève afin de l 'amener à «repréciser » ses réponses en expliquant le résultat obtenu, en comparant des démarches, en identifiant l'opération mathématique en jeu.

Difficulté de ce type d 'intervention : La formalisation risque d'être assimilée à la notion à s'approprier.

5. Préoccupé par la compréhension du vocabulaire

L'orthopédagogue questionne ce qui est cherché, l'identification des mots qui ont un sens pour résoudre le problème, l'illustration du contexte évoqué ou l'organisation des données du problème.

Difficulté de ce type d 'intervention : Les sources possibles de difficulté risquent d'assimiler ce facteur à la conceptualisation

2. Qu’est-ce que faire des mathématiques …

1.… pour vous ?

2. Activité

Prenez n’importe quel nombre entre 1 et 999 et essayez d’arriver à 0 en cinq pas ou moins, en utilisant seulement les nombres de 1 à 9 et les 4 opérations.

3. Qu’est ce que faire des mathématiques durant cette activité ?

4. Comparaison entre 1 et 3.

3. Considérer les erreurs comme des composantes de l’apprentissage

Préoccupations + Conceptions des mathématiques

⇩

Influencent l’analyse des productions d’élèves

3.1 Des productions d'élève

Élève de 14 ans

1/2 + 1/4 + 1/3 = 3/12

En expliquant comment il a trouvé le dénominateur, l 'élève trouve des fractions équivalentes et identifie 13/12

On lui propose immédiatement
2/5+2/3+1/2= ?

Il trouve 5/10

3.2 Des productions d'élèves

- On a présenté, à des enfants âgés entre 5 et 9 ans, des formes comme le cœur, le triangle, le losange, le parallélogramme, le pentagone, l'hexagone, l'étoile et on leur a demandé : «En combien de parties serait-il plus facile de couper ces formes?
- Quatre mécanismes de partition apparaissent :
  - le partage en deux,
  - les lignes perpendiculaires,
  - les parallèles en tranche,
  - les angles tronqués.

Pothier Yvonne, Sawada Daiyo (1984) Some geometrical aspects of early fractions experiences. Recherches en didactique des mathématiques. Vol. 5 (2), 215-228.

Tâche proposée aux élèves

- **À cause d’une invasion de pucerons, un cultivateur a perdu 8% de ses plants de pommes de terre, soit 798 plants. Sachant que chaque plant de pommes de terre produit en moyenne 0,85 kg de pommes de terre, quelle sera la quantité de pommes de terre récoltées par notre cultivateur cette année.**

- **Trouvez 2 procédures différentes, mais correctes, que les élèves pourraient utiliser pour résoudre le problème.**

Production 1

Identifiez des raisons qui ont pu conduire l’élève à réaliser cette démarche.

$$\frac{798}{x} = \frac{8}{100}$$

79800

4 1 2 3 5

$$-8 + 8 \times x = 79800 - 8$$

6

$$x = 79792$$

$$\begin{array}{r} 79792 \\ \times \quad 0,85 \\ \hline 67823,2 \end{array}$$

réponce : Il aura 67 823 pommes de terre

L’étude des procédures de l’élève

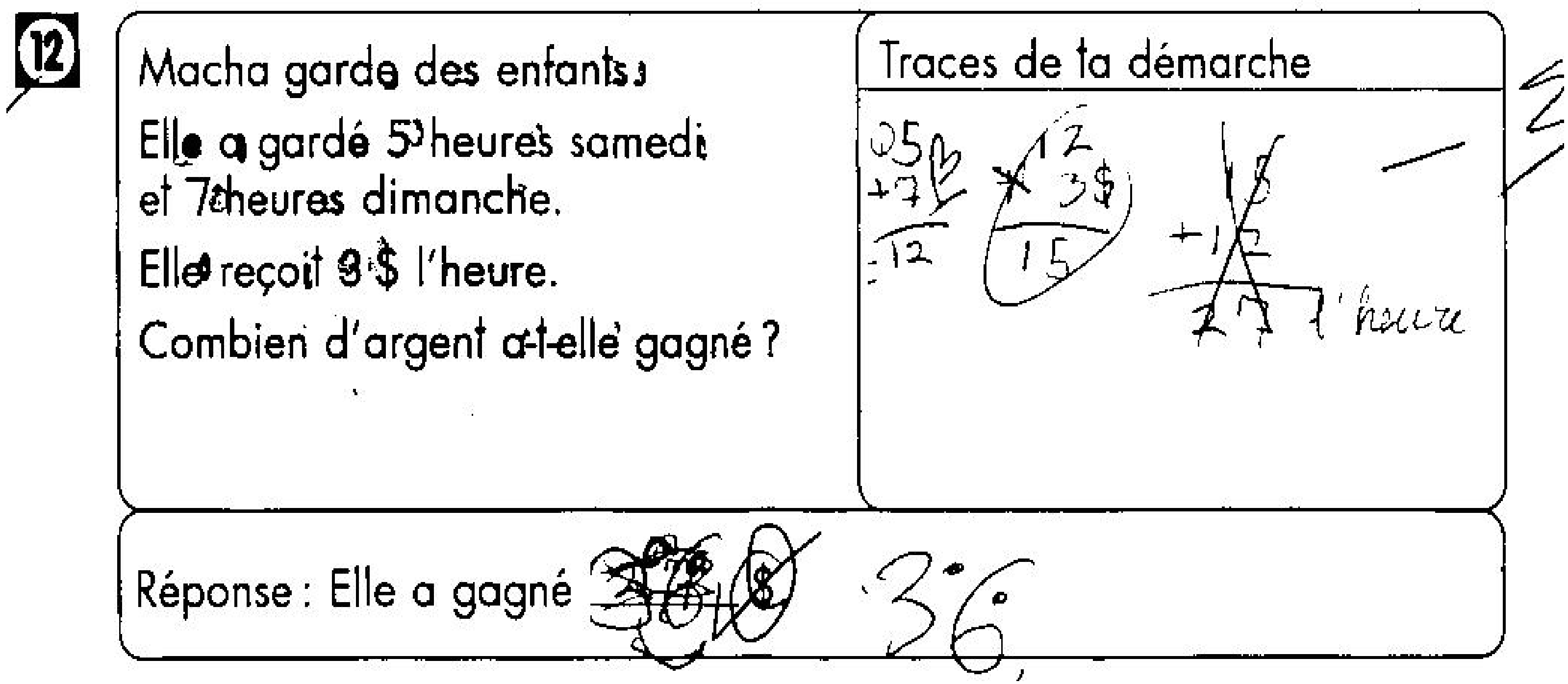
- **L’élève cherche le nombre de plants correspondant à 100%**
- **L’élève réalise la multiplication par 100 d’une proportion (79 800)**
- ***Il soustrait 8 plutôt que de diviser par 8**
  - **Évite une structure multiplicative pour une structure additive plus familière**
  - **Expression algébrique et équivalence**
- **Il multiplie le nombre trouvé par le poids**
- ***Il attribue le nombre obtenu à la quantité de pommes de terre plutôt qu’au poids**

Interprétations possibles

- **Représentations de la tâche par l'élève**
  - **Lien entre la tâche et les habitudes de l'élève (798 x100)**
  - **Extension des connaissances des élèves (79800 -8)**
  - **Conception des mathématiques par l'élève (cherche à conserver le sens en conservant le nombre de plants)**

- **Caractéristiques de la tâche**
  - **Nature du raisonnement proportionnel impliquant la notion de rapport**
  - **Équivalence algébrique**

Les erreurs des élèves… composantes de l'apprentissage



12

Macha garde des enfants.

Elle a gardé 5 heures samedi et 7 heures dimanche.

Elle reçoit 3 $ l'heure.

Combien d'argent a-t-elle gagné ?

Traces de ta démarche

05 + 7 = 12

12 × 3 $ = 15

15 + 12 = 27 l'heure

Réponse : Elle a gagné 36

3.3 Distinguer une procédure originale d'une erreur

Si vous aviez à réaliser une évaluation formative, comment interprétez-vous cette solution? Pourquoi?

$$1\tfrac{3}{4} \div \tfrac{1}{2} =$$

Un élève a trouvé cet algorithme.

1 3/4 = 7/4

1/2 = 2/4

7/4-2/4=5/4

5/4-2/4 = 3/4

3/4 -2/4 =1/4 Stop

Nous ne pouvons soustraire davantage.

On compte le nombre de fois où on a soustrait. Nous trouvons 3 fois.

Pour avoir notre fraction, nous plaçons le reste sur le diviseur original; 1/4 ÷ 1/2 = 2/4 = 1/2. Nous réunissons le nombre entier 3 et la fraction 1/2 et trouvons 3 1/2.

Steele, D. F. (1994). *Helping preservice teachiers confront their conceptions about mathematics and mathematics teaching and learning*. Florida U.S. (ERIC n° ED 390848).

4. Interprétations possibles pour les productions 3.1, 3.2 3.3

Diapo 3.1

Règle élaborée par l'élève qui s'appuie sur les opérations avec les nombres naturels

Diapo 3.2

La conception de la fraction comme partage en parties égales.

- L'attention des élèves porte sur le nombre de parties plutôt que sur la forme de la figure;
- L'action de partager devient plus importante que le résultat du partage;
- Le fractionnement en nombre impair est plus difficile;
- La forme influence le fractionnement.

•Vézina, Nancy. (1994). Le développement de la partition en nombres pairs et impairs chez les jeunes enfants. Mémoire de maîtrise. Université de Moncton. Moncton.

Diapo 3.3

Une compréhension de la division comme étant une mesure

4.1 Un cadre de référence pour interpréter

1. **L'enseignement offert**

2. **La familiarité des élèves avec la tâche;**

3. **Les caractéristiques de la tâche proposée aux élèves (type de nombres, grandeurs des nombres, relations entre les données, contenu);**

4. **Les règles élaborées par les élèves, les habitudes de la classe (contrat didactique);**

5. **La proximité avec d'autres notions connues des élèves.**

DeBlois, L. (2006). Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'intervention en classe de mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3). Dortrecht. 309-327.
http://www.springerlink.com/content/t135489753878700/?p=6c80e32eb1b24fa4a99c5e487033c7df&pi=3

4.2 Une variété d'adaptations possibles

- **Adaptation institutionnelle**
- **Adaptation sociale**
- **Adaptation physique**
- **Adaptation affective**
- **<u>Adaptation conceptuelle</u>**

DeBlois, L. et Lamothe, D. (2005) La réussite scolaire : Comprendre et mieux intervenir. Presses de l'Université Laval. Québec

4.2.1 Adapter l’environnement institutionnel

- Adapter les normes et pratiques de l’institution scolaire aux milieux défavorisés
- «Agir commun» entre l’ensemble des intervenants de l’école
- Axer les interventions sur les intérêts de l’élève et prendre en compte ses besoins et ceux du milieu
- Revoir l’évaluation en visant le bien commun

Les activités entrepreneuriales semblent avoir un impact plus important lorsque :

- **L'objectif du projet est centré sur le développement personnel de l'élève**
- **Elles sont intégrées au contenu d'un cours**
- **Le travail d'équipe et le leadership sont partagés entre les élèves, les professeurs et la direction**
- **L'activité répond à un besoin de la communauté**

Une expérience entrepreneuriale qui ne réussit pas peut avoir l'effet contraire

- **Dans de tels cas, les élèves du groupe entrepreneurial ont un niveau d'amotivation supérieur de 35% à celui du groupe témoin.**

4.2.2 Adapter l'environnement physique

- **Limiter au minimum le matériel auquel l'élève a accès sur son bureau.**
- **Utiliser un chronomètre pour gérer le temps dont dispose l'élève pour exécuter la tâche.**

4.2.3 Adapter l'environnement social

- **Manifester des attentes positives et souligner les petites réussites**

- **Alterner entre le travail intellectuel et les tâches motrices**

- **Le développement d'habiletés d'entraide apporte un sentiment de sécurité dans la classe contribuant :**
  - **Au climat de respect et de tolérance (** **acceptation des différents rythmes d'apprentissage, acceptation des diverses méthodes de travail)**
  - **Favorise le travail en coopération (** **discussions autour de résolutions de problème à effectuer en équipe, communiquer ses idées et accepter celles des autres)**

4.2.4 Adapter l’environnement affectif

- **Porter une attention particulière à la perception de compétence et à l’estime de soi, puisque leur perception en tant qu’apprenant influence leur motivation et leur réussite scolaire.**

- **Exercer une vigilance à l’égard des élèves tristes**

4.2.5 Adapter l’environnement conceptuel

1. **S’interroger sur la nature des erreurs des élèves et exploiter les erreurs «fertiles».**
   - **Identifier les connaissances qui font obstacles au développement des notions en jeu**
   - **Proposer une tâche qui permettra à l’élève de mobiliser cette connaissance afin qu’il puisse se rendre compte de son invalidité.**

2. **Considérer les opportunités pour réaliser des apprentissages signifiants**

5. Comment cette notion s'enseigne-t-elle dans 4 manuels utilisés au primaire et au secondaire

1. La fraction comme nombre (la moitié des élèves…)
   1. **Pour opérer**
   2. **Sur une droite numérique**
2. La fraction comme partie d'un tout
3. La fraction comme mesure (longueur, aire, l'heure, les recettes de cuisine, les distances…)

4. **La fraction comme partie d'un ensemble**
5. **La fraction comme rapport (une partie de concentré pour 3 parties d'eau, échelle des cartes, agrandissement, maquettes)**
6. **La fraction comme quotient**
7. **La fraction comme probabilité (j'ai 9 possibilités sur 10 de piger une bille noire)**
8. **La fraction comme opérateur (transformation d'une grandeur ¾ de 12)**
9. **La fraction comme modèle de fonctionnement des fractions algébriques**

LD2

Mercier, P. et DeBlois, L. (2004). Passage primaire-secondaire dans l'enseignement et l'apprentissage des fractions. *Envol*, 127. 17-24.

LD2

cycle 1
Fractions en lien avec le quotidien de l'élève

cycles 2 et 3
Fractions à partir d'un tout ou d'une collection d'objets : lecture, écriture, numérateur, dénominateur, représentations variées (concrètes ou imagées), fractions équivalentes et irréductibles, comparaison à 0, à ½ et à 1

cycle 3
Sens des opérations (à l'aide d'un matériel concret et de schémas) : addition, soustraction (dont le dénominateur de l'une est un multiple de l'autre) et multiplication par un nombre naturel

Lucie DeBlois; 04/11/2009

5.1 Considérer les opportunités pour réaliser des apprentissages signifiants

Mettre l'accent sur le principe d'équipartition pourrait donner sens

⇙ ⇘

à l'écriture **aux procédures de dénombrement impliquées dans les opérations**

⇙ ⇓ ⇘

Partie d'un tout partie d'un ensemble mesure

5.2. Considérer les opportunités pour réaliser des apprentissages signifiants

1. Le principe d'équipartition pourrait donner un sens :

⇙ ⇘

2. aux procédures pour opérer

⇩

3. aux comparaisons de fractions

au sens rapport

au sens probabilité

au sens quotient

5.2.1 Interventions compte tenu des interprétations 3.1, 3.2, 3.3

Diapo 3.1

Règle élaborée par l'élève qui s'appuie sur les opérations avec les nombres naturels

Diapo 3.1

Donner un contre-exemple (permet de restreindre l'extension des procédures)

Diapo 3.2

partition nécessairement égale

Diapo 3.2

Susciter l'élaboration d'une procédure de partage par l'élève

Diapo 3.3

Une compréhension de la division comme étant une mesure

Diapo 3.3

Utiliser la compréhension manifestée pour choisir des exemples qui suscitent une prise de conscience chez l'élève

5.2.2 Intervention compte tenu de l'interprétation pour 3.3

Randy a 6 gommes dans un sac. Il veut briser chacune en demies. Combien de pièces aura-t-il? (traduit de Learning Mathematics p.309).

Il est alors possible, pour les élèves, de manipuler les 6 gommes pour les séparer en demies. Les élèves pourront observer les 12 pièces obtenues.

Elle décide ensuite d'explorer cette situation en modifiant le problème:

Randy a 6 gommes dans un sac. Il veut les briser en quarts. Combien de pièces aura-t-il? Les élèves pourront trouver 24 pièces.
Randy a 6 gommes dans un sac. Il veut les briser en cinquièmes. Combien de pièces aura-t-il? Les élèves pourront trouver 30 pièces.
Randy a 6 gommes dans un sac. Il veut la briser en dixièmes. Combien de pièces aura-t-il? Les élèves considèrent que les pièces seront beaucoup trop petites pour être manipulées. Ils tentent donc d'utiliser d'autres procédures.

C’est à ce moment que l’enseignante les amène à réaliser une observation à partir de l’exploration réalisée.

Elle écrit au tableau

$6 \div 1/2 = 12$

$6 \div 1/4 = 24$

$6 \div 1/5 = 30$

$6 \div 1/10 = ?$

1. Les élèves pourront reconnaître que le résultat de cette division correspond à un nombre plus grand que le dividende, ce qui **ne correspond pas** à ce qu’ils ont déjà appris pour les nombres naturels.
2. Ils seront en mesure de trouver une explication (on cherche le nombre de pièces et il y en a de plus en plus).
3. Les élèves dégagent une règle (la recherche du nombre de pièces correspond à l’inversion de la fraction-diviseur)
4. Les élèves vérifient si cette règle est vraie dans tous les cas.
5. Les élèves expliquent le fruit de leur recherche (prise de conscience)

5.3 Des critères pour traiter de la compétences

Manifester une compétence consiste à agir en faisant des choix

Évaluer une compétence implique de <u>poser un jugement</u> sur la production de l'élève :

- **En distinguant une connaissance de son utilisation (mobilisation);**
- **En identifiant les connaissances et les habiletés en présence;**
- **En cherchant <u>le sens</u> des procédures des élèves.**

5.3.1 Des critères pour traiter des compétences

Déployer un raisonnement mathématique implique de dégager les raisons en :

- **Se donnant des <u>représentations</u> en relation avec les <u>caractéristiques</u> de la tâche;**
- **Élaborant des <u>procédures</u> en relation avec les <u>représentations</u> ;**
- **Réalisant des <u>prises de conscience</u> en relation avec les <u>caractéristiques de la notion</u> mathématique ou des notions mathématiques de la tâche**

6. En conclusion

1. **Les erreurs …**
   1. **… spécifiques à une connaissance**
   2. **… composantes de l'apprentissage et de l'enseignement**
2. **Prendre une distance à l'égard de nos préoccupations pour …interpréter les erreurs des élèves**
3. **Intervenir en fonction des interprétations**

6.1 Un exemple de l’influence des interprétations sur les interventions

1. Connaissances antérieures
2. Compréhension de la consignes
3. Représentations mentales des élèves
4. Savoirs essentiels en cours
5. Affectivité de l’élève
6. Attitudes (rapidité)

1. Retour sur les connaissances antérieures des élèves
2. Lecture
3. Méthode de travail + Importance des règles de la communication (intention)
4. Organisation mentale de l’élève
5. Varier les exemples et les contre-exemples
6. Donner plus de temps, laisser la chance de refaire un problème semblable, valoriser les bons coups

6.2 Des critères pour varier les interprétations

Identifier des caractéristiques de la tâche ou de la situation :

1. **Type de nombres,**
2. **Concepts mathématiques impliqués**
3. **Stratégies d'enseignement mis en place**
4. **Savoirs essentiels développées durant les années précédentes**

lucie.deblois@fse.ulaval.ca